CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde A

Datum: 15 december 2025
Tijd: 13.30 – 16.30 uur
Aantal opgaven: 6

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend (*zie ook opgave 1*).

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex. Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan**.

Op de laatste twee bladzijden van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:

Opgave	1	2	3	4	5	6
a	6	7	4	3	2	5
b	6	6	4	4	3	6
c	4		2	3	5	2
d			6	3		
Totaal	16	13	16	13	10	13

$$\text{Cijfer} = \frac{\text{behaald aantal punten}}{9} + 1$$

U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.

Opgave 1 – Algebraïsche vaardigheden

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

*Bij het **algebraïsch** uitwerken van opgaven moet de berekening volledig op papier worden gegeven. Het aflezen van functiewaarden uit een al dan niet met een rekenmachine gemaakte tabel is geen algebraïsche berekening. De rekenmachine mag wel gebruikt worden voor eenvoudige berekeningen en voor het benaderen van getallen zoals* $\sqrt{2}$ *en* $\log(3)$.
Tenzij anders vermeld, dienen alle berekeningen in dit tentamen algebraïsch te worden uitgewerkt.

De functie f wordt gegeven door $f(x) = (x-2)(x^2+5x-35)$.

6pt a Bereken algebraïsch de *x*-coördinaten van de punten op de grafiek van f waarin de raaklijn aan deze grafiek horizontaal loopt.

De functie g wordt gegeven door $g(x) = \sqrt{12-2x^2}$

6pt b Bereken algebraïsch de waarde(n) van x waarvoor de helling van de grafiek van g in het punt $A(x, g(x))$ gelijk is aan 2.

4pt c Bereken algebraïsch de som van de oneven getallen tussen 100 en 1000, dat is $101 + 103 + \cdots + 997 + 999$.

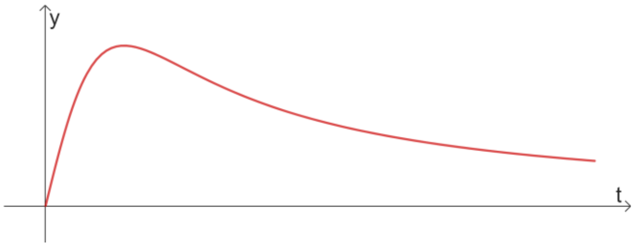
Opgave 2 – Adverteren op sociale media

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Een wereldwijd opererende online winkel lanceert een campagne met advertenties op sociale media.
Op tijdstip t wordt het aantal bezoekers van de website van deze winkel die deze website hebben bereikt door op deze advertenties te klikken, gegeven door de formule

$$V = \frac{1000t}{16t^2 + 49}$$

In deze formule is V het aantal bezoekers in duizenden en is t de tijd in dagen met $t = 0$ bij de start van de campagne.
In de figuur hieronder ziet u de grafiek die het verband weergeeft tussen V en t.



7pt a Gebruik de afgeleide $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$ om algebraïsch het maximale aantal bezoekers van de website te berekenen die de website bereikt hebben door op deze advertenties te klikken.

De campagne wordt gestopt als het aantal bezoekers van de website die de website bereikt hebben door op deze advertenties te klikken onder de 5000 zakt.

6pt b Bereken algebraïsch het tijdstip waarop de campagne gestopt wordt.

Opgave 3 – De lengte van Nederlandse en Belgische mannen

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De lengte van de Nederlandse mannen die in 1980 geboren zijn is normaal verdeeld met een gemiddelde van $\mu = 184$ cm en een standaardafwijking van $\sigma = 10$ cm.

4pt **a** Gebruik de figuur onderaan deze pagina om het percentage van deze mannen te berekenen met een lengte tussen 164 cm en 199 cm.

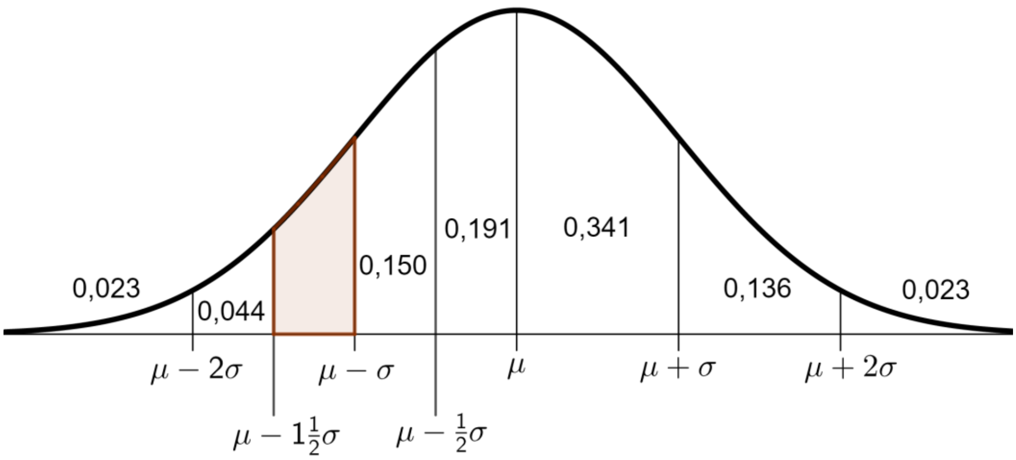
De lengte van de Belgische mannen die geboren zijn in 1980 is normaal verdeeld met een gemiddelde van $\mu = 176$ cm en een standaardafwijking van $\sigma = 9$ cm.

4pt **b** Is het percentage van de Belgische mannen die in 1980 geboren zijn met een lengte tussen 158 cm en 190 cm hoger of lager dan het percentage van de Nederlandse mannen die in 1980 geboren zijn met een lengte tussen 164 cm en 199 cm?
Licht uw antwoord toe met een berekening!

Een hoogleraar wil toetsen of de gemiddelde lengte van zijn huidige mannelijke studenten (allemaal geboren na 2000) gelijk is aan de lengte van de Nederlandse mannen die in 1980 geboren zijn. Om dit te toetsen meet hij de lengte van 25 van zijn huidige studenten.
In deze toetsingsprocedure neemt hij aan dat de lengte van zijn huidige studenten normaal verdeeld is met een standaardafwijking van $\sigma = 10$ cm.
De onbetrouwbaarheidsdrempel van deze toetsingsprocedure is $\alpha = 0{,}05$.

2pt **c** Formuleer de nulhypothese en de alternatieve hypothese voor deze toetsingsprocedure.

5pt **d** Wat is de conclusie van deze toetsingsprocedure als de gemiddelde lengte van deze 25 studenten $180{,}5$ cm is?



Een normale kansverdeling X. De oppervlakte van het grijze vlakdeel komt overeen met $P\left(\mu - 1\frac{1}{2}\sigma < X < \mu - \sigma\right) = 0{,}092$.

Opgave 4 – Clubavond

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Tijdens een clubavond van een studentenvereniging kunnen er een paar gokspelletjes gespeeld worden. Eén van deze spelletjes bestaat uit het gooien van vijf speciale dobbelstenen. Elke dobbelsteen heeft drie verschillende afbeeldingen: een hart, een klaver en een ruit, gelijkmatig verdeeld over de dobbelsteen (twee zijden met een hart, twee zijden met een klaver en twee zijden met een ruit).
Een deelnemer mag één keer met deze vijf dobbelstenen gooien.

Er wordt een Yahtzee gegooid als hetzelfde symbool vijf keer in één worp voorkomt. De kans hierop is ongeveer 0,01.

3pt a Bereken de kans op een Yahtzee afgerond op 4 cijfers achter de komma.

Er wordt een Full House gegooid als er in één worp twee verschillende symbolen geworpen worden met drie dobbelstenen met het ene symbool en twee dobbelstenen met het andere symbool. Bijvoorbeeld: 3 klaveren en 2 ruiten, of 3 ruiten en 2 klaveren.

We bekijken eerst de volgende optie: 3 harten en 2 klaveren.
De kans op deze uitkomst is $\frac{10}{243}$.

4pt b Toon dit aan.

De kans op een Full House is ongeveer 0,25.

3pt c Bereken de kans op een Full House afgerond op vier cijfers achter de komma.

De studentenvereniging betaalt de volgende bedragen per worp:
Voor een Yahtzee – €10, voor een Full House – €2, voor andere uitkomsten – €0.

3pt d Bereken de verwachte uitbetaling per worp.

Opgave 5 – Het reuzenrad op de Pier van Scheveningen

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Scheveningen was vroeger een vissersdorp aan de kust bij Den Haag, maar is tegenwoordig een bloeiende badplaats met een beroemde pier. Op deze pier is onlangs een reuzenrad gebouwd.
Passagiers betreden de cabines op het laagste punt, dat is op 10 meter boven zeeniveau. Het hoogste punt van een cabine is op 60 meter boven zeeniveau.

Wanneer alle passagiers zijn ingestapt, maakt het reuzenrad twee volledige ronden met een constante snelheid. De hoogte van één van de cabines wordt daarna gegeven door een formule van de vorm

$$H = a + b\sin(ct)$$

In deze formule is H de hoogte van deze cabine in meters en is t de tijd in minuten.

Op een rustige dag draait het reuzenrad met een gematigde snelheid en duurt het 5 minuten om de twee ronden te voltooien.

2pt a Bereken algebraïsch de hoogte van deze cabine op $t = 0$.

3pt b Bereken algebraïsch waarden van a, b en c in de formule die overeenkomen met de beschrijving hierboven.

Op een drukke dag draait het reuzenrad met een hogere snelheid. De hoogte van een andere cabine wordt dan gegeven door de formule

$$H = a + b\sin\left(\pi\left(t - \frac{1}{3}\right)\right)$$

In deze formule is H weer de hoogte van deze cabine in meters en is t weer de tijd in minuten. De waarden van a en b zijn gelijk aan hierboven, dus hoeft u deze niet opnieuw te berekenen.

5pt c Bereken algebraïsch de tijdstippen in de twee volledige ronden waarop deze cabine op zijn hoogste punt is.

Opgave 6 – De groei van een nieuwe woonwijk

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Om te voorzien in de behoefte aan nieuwe woningen voor een stad, wordt een nabijgelegen landelijk gebied ontwikkeld tot een nieuwe woonwijk. Bij de officiële start van het project, op 1 januari 2022, telde dit gebied 1000 inwoners. Drie jaar later, op 1 januari 2025, telde dit gebied 10.000 inwoners. In deze periode groeide het aantal inwoners van dit gebied exponentieel.

5pt a Bereken algebraïsch het aantal inwoners van dit gebied op zowel 1 januari 2023 als op 1 januari 2024.

De groei van de bevolking van deze nieuwe woonwijk na 1 januari 2025 wordt gemodelleerd door de formule

$$N = \frac{250\,000}{4 + 21 \cdot \mathrm{e}^{-t}}$$

In deze formule is N het aantal inwoners van de nieuwe woonwijk en is t de tijd in jaren, met $t = 0$ op 1 januari 2025.

6pt b Bereken algebraïsch het tijdstip (jaar en maand) waarop deze nieuwe woonwijk 60.000 inwoners zal hebben volgens de gegeven formule.

Volgens de gegeven formule zal het aantal inwoners op den duur een zeker maximaal aantal bereiken.

2pt c Bereken dit maximale aantal algebraïsch.

Einde van het tentamen.
*Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of **uw naam** en het **opgavenummer** op ieder antwoordblad staat.*
Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.
*Wat er **niet** in het mapje moet:*
- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;
- kladpapier;
- deze opgaven.
Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.
Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).

Formulelijst Wiskunde A

Tweedegraads vergelijkingen

De oplossingen van de vergelijking $ax^2 + bx + c = 0$ met $a \neq 0$ en $b^2 - 4ac \geq 0$ zijn $$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{en} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Differentiëren

Naam van de regel	**Functie**	**Afgeleide**
Somregel	$s(x) = f(x) + g(x)$	$s'(x) = f'(x) + g'(x)$
Productregel	$p(x) = f(x) \cdot g(x)$	$p'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
Quotiëntregel	$q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	$q'(x) = \dfrac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{\big(g(x)\big)^2}$
Kettingregel	$k(x) = f(g(x))$	$k'(x) = f'\big(g(x)\big) \cdot g'(x)$ ofwel $\dfrac{dk}{dx} = \dfrac{df}{dg} \cdot \dfrac{dg}{dx}$

Logaritmen

Regel	**Voorwaarden**
${}^{g}\log a + {}^{g}\log b = {}^{g}\log ab$	$g > 0,\ g \neq 1,\ a > 0,\ b > 0$
${}^{g}\log a - {}^{g}\log b = {}^{g}\log \dfrac{a}{b}$	$g > 0,\ g \neq 1,\ a > 0,\ b > 0$
${}^{g}\log a^p = p \cdot {}^{g}\log a$	$g > 0,\ g \neq 1,\ a > 0$
${}^{g}\log a = \dfrac{{}^{p}\log a}{{}^{p}\log g}$	$g > 0,\ g \neq 1,\ a > 0,\ p > 0,\ p \neq 1$

Rijen

rekenkundige rij:	$Som = \frac{1}{2} \cdot aantal\ termen \cdot (u_e + u_l)$
meetkundige rij:	$Som = \dfrac{u_{l+1} - u_e}{r - 1} \quad (r \neq 1)$
In beide formules geldt:	*e* = rangnummer eerste term; *l* = rangnummer laatste term

Meer formules op de volgende pagina.

Formulelijst wiskunde A (vervolg)

Kansrekening

Voor alle toevalsvariabelen *X* en *Y* geldt: $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$
Voor onafhankelijke toevalsvariabelen *X* en *Y* geldt: $\sigma(X+Y) = \sqrt{\sigma^2(X) + \sigma^2(Y)}$

$\sqrt{n}$-wet:
Bij een serie van *n* onafhankelijk van elkaar herhaalde experimenten geldt voor de som *S* en voor het gemiddelde $\overline{X}$ van de uitkomsten *X*:

$E(S) = n \cdot E(X)$ $\qquad$ $\sigma(S) = \sqrt{n} \cdot \sigma(X)$

$E(\overline{X}) = E(X)$ $\qquad$ $\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\sigma(X)}{\sqrt{n}}$

Binomiale verdeling

Voor de binomiaal verdeelde toevalsvariabele *X*, waarbij *n* het aantal experimenten is en *p* de kans op succes per keer, geldt:

$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ met $k = 0, 1, 2, \ldots, n$

Verwachtingswaarde: $E(X) = np$ $\qquad$ Standaardafwijking: $\sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

n en *p* zijn de parameters van de binomiale verdeling.

Normale verdeling

Voor een toevalsvariabele *X* die normaal verdeeld is met gemiddelde μ en standaardafwijking σ geldt:

$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ is standaard normaal verdeeld en $P(X < g) = P\left(Z < \frac{g-\mu}{\sigma}\right)$

μ en σ zijn de parameters van de normale verdeling.

Toetsen van hypothesen

Bij een toetsingsprocedure waarbij de toetsingsgrootheid *T* normaal verdeeld is met gemiddelde μ_T en standaardafwijking σ_T zijn de grenswaarden voor het beslissingscriterium:

α	linkszijdig	rechtszijdig	tweezijdig
0,05	$g = \mu_T - 1{,}645\sigma_T$	$g = \mu_T + 1{,}645\sigma_T$	$g_l = \mu_T - 1{,}96\sigma_T$ $g_r = \mu_T + 1{,}96\sigma_T$
0,01	$g = \mu_T - 2{,}33\sigma_T$	$g = \mu_T + 2{,}33\sigma_T$	$g_l = \mu_T - 2{,}58\sigma_T$ $g_r = \mu_T + 2{,}58\sigma_T$

