

## Uitwerkingen CCVW Wiskunde B 22 april 2025

### Vraag 1a - 5 punten

$f'(x) = 2 \cdot e^{-x^2+3x-2} + (2x-3)(-2x+3) \cdot e^{-x^2+3x-2}$ . Dit geeft  $f'\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \cdot e^{-\frac{9}{4}+\frac{9}{2}-2} + 0 = 2 \cdot e^{\frac{1}{4}}$

$\tan^{-1}\left(2e^{\frac{1}{4}}\right) \approx 68,7^\circ$ . De hoek van de raaklijn met de verticale lijn  $x = 2$  is dus  $90^\circ - 68,7^\circ = 21,3^\circ$

Kan ook met:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2e^{\frac{1}{4}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\sqrt{1^2 + \left(2e^{\frac{1}{4}}\right)^2 \cdot 1}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{2e^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{1 + 4e^{\frac{1}{2}}}}\right) \approx 21,3^\circ$$

### Vraag 1b - 3 punten

$$f\left(\frac{3}{2}-x\right) = \left(2 \cdot \frac{3}{2} - 2x - 3\right) \cdot e^{-\left(\frac{3}{2}-x\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} - 3x - 2} = -2x \cdot e^{-\frac{9}{4} + 3x - x^2 + \frac{9}{2} - 3x - 2} = -2x \cdot e^{\frac{1}{4} - x^2}$$

$$-f\left(\frac{3}{2}+x\right) = -\left(2 \cdot \frac{3}{2} + 2x - 3\right) \cdot e^{-\left(\frac{3}{2}+x\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 3x - 2} = -2x \cdot e^{-\frac{9}{4} - 3x - x^2 + \frac{9}{2} + 3x - 2} = -2x \cdot e^{\frac{1}{4} - x^2}$$

### Vraag 1c - 3 punten

$$F'_a(x) = a \cdot e^{-x^2+3x-2} \cdot (-2x+3)$$

Dit moet gelijk zijn aan  $f(x) = (2x-3) \cdot e^{-x^2+3x-2}$ , dus geldt

$$a(-2x+3) = 2x-3 \Leftrightarrow -a(2x-3) = (2x-3) \Leftrightarrow -a = 1 \Leftrightarrow a = -1$$

Wie de substitutieregels kent, kan dit ook aantonen door  $f(x)$  te primitiveren.

### Vraag 1d - 5 punten

$$\int_p^2 f(x) dx = F_{-1}(2) - F_{-1}(p) = a \cdot e^{-4+6-2} - a \cdot e^{-p^2+3p-2} = a \cdot e^0 - a \cdot e^{-p^2+3p-2}$$

$$\int_b^2 f(x) dx = 0 \Leftrightarrow a \cdot e^{-p^2+3p-2} = a \cdot e^0 \Leftrightarrow -p^2 + 3p - 2 = 0 \Leftrightarrow p^2 - 3p + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (p-2)(p-1) = 0 \Leftrightarrow p = 2 \vee p = 1. \text{ De oplossing met } p < \frac{3}{2} \text{ is dus } p = 1$$

Alternatief:

$$\int_p^2 f(x) dx = \int_p^{\frac{3}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^2 f(x) dx$$

$\int_{\frac{3}{2}}^2 f(x) dx$  is de oppervlakte van een vlakdeel boven de  $x$ -as, rechts van punt  $A$ .

$\int_p^{\frac{3}{2}} f(x) dx$  is het **tegengestelde** van de oppervlakte van een vlakdeel **onder** de  $x$ -as, links van punt  $A$

Omdat  $\int_p^2 f(x) dx = 0$ , zijn de oppervlaktes van deze vlakdelen even groot

Uit de puntsymmetrie in  $A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$  volgt dan, dat de linker grens van het linker vlakdeel,

dat is de lijn  $x = p$ , even ver van punt  $A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$  ligt als de rechter grens van het rechter vlakdeel,

dat is de lijn  $x = 2$ . Dit geeft  $p = 1$

### Vraag 2a - 5 punten

De straal van cirkel  $c$  is  $\sqrt{52}$ . De oppervlakte van  $c$  is  $\pi(\sqrt{52})^2 = 52\pi$ .

De oppervlakte van cirkels  $d$  en  $e$  wordt gegeven door  $\pi r^2$ , met  $r$  de straal van  $d$  en  $e$ .

Omdat de oppervlakte van  $d$  en  $e$  25% van de oppervlakte van  $c$  is, geldt

$$\pi r^2 = \frac{1}{4} \cdot 52\pi \Leftrightarrow r^2 = 13 \Leftrightarrow r = \sqrt{13}$$

Omdat de cirkels elkaar raken in  $R$ , staat voor elke cirkel de lijn door het middelpunt en  $R$  loodrecht op de gemeenschappelijke raaklijn in  $R$ . De middelpunten van de drie cirkels liggen dus alle drie op de lijn  $n$  die door  $R(-3, -2)$  en het middelpunt van  $c$ , dat is  $M(3, 2)$  gaat.

De oorsprong  $O(0, 0)$  ligt ook op deze lijn en de afstand van de oorsprong tot  $R$  is  $\sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ .

Cirkel  $d$  is dus inderdaad de cirkel met middelpunt  $O(0, 0)$  en straal  $\sqrt{13}$ .

*Je kunt het middelpunt van cirkel  $d$  ook berekenen met:*

$r = \sqrt{13} = \frac{1}{2}\sqrt{52}$ , dus het middelpunt van  $d$  ligt halverwege  $R(-3, -2)$  en  $M(3, 2)$ .

Het middelpunt van  $d$  is dus de oorsprong  $O(0, 0)$ .

*En ook met:*

Een vergelijking van lijn  $n$  is  $y = \frac{2}{3}x$ .

De middelpunten van  $d$  en  $e$  liggen op deze lijn op afstand  $\sqrt{13}$  van  $R(-3, -2)$ .

Dit geeft  $(x + 3)^2 + \left(\frac{2}{3}x + 2\right)^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + \frac{4}{9}x^2 + \frac{8}{3}x + 4 = 13 \Leftrightarrow \frac{13}{9}x^2 + \frac{26}{3}x = 0$

$$\Leftrightarrow x\left(\frac{13}{9}x + \frac{26}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{\frac{26}{3}}{\frac{13}{9}} = -\frac{26}{3} \cdot \frac{9}{13} = -6$$

$x = 0$  geeft  $y = 0$ . Het middelpunt van cirkel  $d$  is dus de oorsprong  $O(0, 0)$ .

( $x = -6$  geeft  $y = -4$ , het middelpunt van cirkel  $e$  is dus  $(-6, -4)$ )

### Vraag 2b - 6 punten

De raaklijn in  $R$  snijdt de negatieve  $y$ -as, dus we zoeken één van de twee andere raaklijnen. Deze lopen evenwijdig aan de lijn  $n$  die door de middelpunten van de cirkels gaat.

De vergelijking van lijn  $n$ , die door  $O(0,0)$  en  $M(3,2)$  gaat, is  $y = \frac{2}{3}x$ .

De gezochte raaklijn  $k$  heeft dus een vergelijking van de vorm  $y = \frac{2}{3}x + b$ .

*Vervolg met raaklijn aan cirkel  $d$ :*

De vergelijking van  $d$  is  $x^2 + y^2 = 13$ . Lijn  $k$  raakt aan deze cirkel, dus de vergelijking die we krijgen als we  $y = \frac{2}{3}x + b$  invullen in de vergelijking van  $d$  heeft één oplossing

$$x^2 + \left(\frac{2}{3}x + b\right)^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{3}bx + b^2 = 13 \Leftrightarrow \frac{13}{9}x^2 + \frac{4}{3}bx + b^2 - 13 = 0$$

$$D = \left(\frac{4}{3}b\right)^2 - 4 \cdot \frac{13}{9}(b^2 - 13) = \frac{16}{9}b^2 - \frac{52}{9}b^2 + \frac{4}{9} \cdot 169 = -4b^2 + \frac{4}{9} \cdot 169$$

$$\text{dus } D = 0 \Leftrightarrow b^2 = \frac{169}{9}$$

Omdat  $k$  de positieve  $y$ -as snijdt, geeft dit  $b = \frac{13}{3}$ .

Dit is de  $y$ -coördinaat van het snijpunt van lijn  $k$  met de  $y$ -as.

*Vervolg met afstandsformule  $d(P, k) = \frac{|ax_P + by_P - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ :*

De vergelijking van lijn  $k$  kan geschreven worden als  $-\frac{2}{3}x + y = b$

$$\text{Dit geeft: } d(O, k) = \frac{\left|-\frac{2}{3} \cdot 0 + 1 \cdot 0 - b\right|}{\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 1^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{\frac{4}{9} + 1}} = \frac{|b|}{\sqrt{\frac{13}{9}}}$$

Dit moet gelijk zijn aan de straal van  $d$ , dus volgt  $\frac{|b|}{\sqrt{\frac{13}{9}}} = \sqrt{13} \Leftrightarrow |b| = \sqrt{13} \cdot \sqrt{\frac{13}{9}} = \frac{13}{3}$

Omdat  $k$  de positieve  $y$ -as snijdt, geeft dit  $b = \frac{13}{3}$ .

Dit is de  $y$ -coördinaat van het snijpunt van lijn  $k$  met de  $y$ -as.

*Vervolg met snijpunt loodlijn op  $n$  en cirkel  $d$ :*

De loodlijn op  $n$  door  $O(0,0)$  heeft vergelijking  $y = -\frac{3}{2}x$ .

Dit invullen in de vergelijking van  $d$  geeft  $x^2 + \left(-\frac{3}{2}x\right)^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{4}x^2 = 13 \Leftrightarrow \frac{13}{4}x^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 = 4$ .

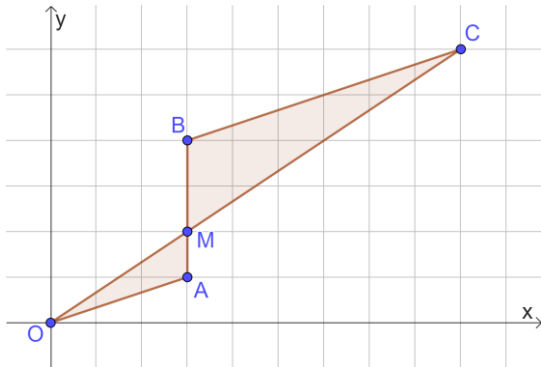
De oplossing  $x = -2$  geeft  $y = 3$ .

Lijn  $k$  is de lijn door  $(-2, 3)$  met richtingscoëfficiënt  $\frac{2}{3}$ , dat is de lijn  $y = \frac{2}{3}x + 4\frac{1}{3}$ .

De  $y$ -coördinaat van het snijpunt van  $k$  en de  $y$ -as is dus  $y = 4\frac{1}{3}$ .

( $x = 2$  geeft raaklijn  $y = \frac{2}{3}x - 4\frac{1}{3}$ , dit is niet de gezochte raaklijn.)

### Vraag 2c - 6 punten



Uit de gelijkvormigheid van  $CMB$  en  $OMA$  volgt  $\angle CMB = \angle OMA$

Dit zijn dus overstaande hoeken met de verticale lijn door  $A$ ,  $M$  en  $B$

Daarom ligt  $C$  op de lijn door  $O$  en  $M$

Uit de gelijkvormigheid volgt ook  $\frac{|MC|}{|MO|} = \frac{|MB|}{|MA|}$

Omdat  $|MB| = 2$  en  $|MA| = 1$  geeft dit  $|MC| = 2|MO|$

Uit bovenstaande volgt  $\vec{MC} = 2 \cdot \vec{OM}$ , dus  $\vec{OC} = \vec{OM} + \vec{MC} = \vec{OM} + 2 \cdot \vec{OM} = 3 \cdot \vec{OM}$

Dit geeft  $\vec{OC} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$ , dus  $x_C = 9$  en  $y_C = 6$

#### Alternatief 1:

Uit de gelijkvormigheid van  $CMB$  en  $OMA$  volgt  $\angle CMB = \angle OMA$

Dit zijn dus overstaande hoeken met de verticale lijn door  $A$ ,  $M$  en  $B$

Daarom ligt  $C$  op de lijn door  $O$  en  $M$ . Deze lijn heeft als vergelijking  $y = \frac{2}{3}x$

Uit de gelijkvormigheid volgt ook dat  $BC$  evenwijdig is met  $AO$  ( $Z$ -hoeken)

De richtingscoëfficiënt van  $AO$  is  $\frac{y_A}{x_A} = \frac{1}{3}$ ,

dus de vergelijking van de lijn door  $B(3,4)$  en  $C$  is  $y = \frac{1}{3}x + 3$

Samen geeft dit  $\frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x + 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x = 3 \Leftrightarrow x = 9$

Hieruit volgt  $x_C = 9$  en  $y_C = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6$

#### Alternatief 2:

Uit de gelijkvormigheid van  $CMB$  en  $OMA$  volgt  $\frac{|CM|}{|OM|} = \frac{|CB|}{|OA|} = \frac{|MB|}{|MA|}$

Omdat  $|MB| = 2|MA|$  volgt hieruit  $|CM| = 2|OM| = 2\sqrt{13}$  en  $|CB| = 2|OA| = 2\sqrt{10}$

Dit geeft  $(x_C - 3)^2 + (y_C - 2)^2 = 52$  en  $(x_C - 3)^2 + (y_C - 4)^2 = 40$

Als we deze vergelijkingen van elkaar aftrekken, krijgen we

$(y_C - 2)^2 - (y_C - 4)^2 = 12 \Leftrightarrow -4y_C + 4 + 8y_C - 16 = 12 \Leftrightarrow 4y_C = 24 \Leftrightarrow y_C = 6$

Dit geeft  $(x_C - 3)^2 + 16 = 52$  of  $(x_C - 3)^2 + 4 = 40$

Beide geven  $(x_C - 3)^2 = 36 \Leftrightarrow x_C - 3 = 6 \vee x_C - 3 = -6 \Leftrightarrow x_C = 9 \vee x_C = -3$ .

Omdat  $x_C > 3$  volgt hieruit dat  $C$  het punt  $(9,6)$  is.

### Vraag 3a - 7 punten

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^3 + x^2 - x - 2 = x^3 - x^2 - 3x + 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 1$$

Mag uiteraard ook met de abc-formule.

$$\text{Dit geeft } x_A = -2 \text{ dus } y_A = f(-2) = -8 + 4 + 2 - 2 = -4$$

$$\text{controle: } g(-2) = -8 - 4 + 6 + 2 = -4$$

$$\text{en } x_B = 1 \text{ dus } y_B = f(1) = 1 + 1 - 1 - 2 = -1$$

$$\text{controle: } g(1) = 1 - 1 - 3 + 2 = -1$$

$$\text{De rechte lijn door } A(-2, -4) \text{ en } B(1, -1) \text{ heeft richtingscoëfficiënt } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - (-4)}{1 - (-2)} = \frac{3}{3} = 1$$

Een vergelijking voor deze lijn is  $y = x - 2$

Het snijpunt van deze lijn met de  $x$ -as is zodoende  $(2, 0)$

$$g(2) = 8 - 4 - 6 + 2 = 0,$$

dus de lijn door  $A$  en  $B$  snijdt de grafiek van  $g$  inderdaad in een punt op de  $x$ -as

### Vraag 3b - 5 punten

De afstand tussen  $(p, f(p))$  en  $(p, g(p))$  wordt gegeven door

$$d(p) = g(p) - f(p) = p^3 - p^2 - 3p + 2 - (p^3 + p^2 - p - 2) = -2p^2 - 2p + 4$$

$$d'(p) = -4p - 2; \quad d'(p) = 0 \Leftrightarrow -4p = 2 \Leftrightarrow p = -\frac{1}{2}$$

$$\text{De maximale afstand is dus } d\left(-\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \frac{1}{4} - 2 \cdot -\frac{1}{2} + 4 = -\frac{1}{2} + 1 + 4 = 4\frac{1}{2}$$

### Vraag 3c - 6 punten

De oppervlakte van driehoek  $CDP$  is gelijk aan  $\frac{1}{2} \cdot |CD| \cdot x_p$

$$f(0) = -2, \quad g(0) = 2, \quad \text{dus } |CD| = 4$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1, \quad \text{dus } f'(0) = -1$$

De raaklijn aan de grafiek van  $f$  in punt  $C$  heeft dus vergelijking  $y = -x - 2$

$$g'(x) = 3x^2 - 2x - 3, \quad \text{dus } g'(0) = -3$$

De raaklijn aan de grafiek van  $g$  in punt  $D$  heeft dus vergelijking  $y = -3x + 2$

$$-x - 2 = -3x + 2 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2, \quad \text{dus } x_p = 2$$

De oppervlakte van driehoek  $CDP$  is dus  $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$

### Vraag 3d - 6 punten

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow x(3-x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$$

De inhoud van het omwentelingslichaam wordt dus gegeven door  $\pi \cdot \int_0^3 (h(x))^2 dx$

$$\int_0^3 (h(x))^2 dx = \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \int_0^3 9x^2 - 6x^3 + x^4 dx = \left[ 3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{1}{5}x^5 \right]_0^3$$

$$= 3 \cdot 27 - \frac{3}{2} \cdot 81 + \frac{1}{5} \cdot 243 - 0 = 81 - \frac{243}{2} + \frac{243}{5} = \frac{810}{10} - \frac{1215}{10} + \frac{486}{10} = \frac{81}{10} \quad \text{of } \dots = 81 - 121,5 + 48,6 = 8,1$$

$$\text{Dit geeft } \pi \cdot \int_0^3 (h(x))^2 dx = \pi \cdot \frac{81}{10} = 8,1\pi$$

### Vraag 4a - 6 punten

$$f_a\left(1\frac{1}{4}\pi\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(a \cdot 1\frac{1}{4}\pi\right) = \sin\left(1\frac{1}{4}\pi\right) \Leftrightarrow \cos\left(\frac{5a}{4}\pi\right) = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \Leftrightarrow \cos\left(\frac{5a}{4}\pi\right) = \cos\left(\frac{5}{4}\pi\right)$$

$$\text{Dit geeft } \frac{5a}{4}\pi = \pm\frac{5}{4}\pi + k \cdot 2\pi \Leftrightarrow a = \pm 1 + k \cdot \frac{8}{5}$$

$$\text{Ook: } \cos\left(\frac{5a}{4}\pi\right) = \sin\left(1\frac{1}{4}\pi\right) \Leftrightarrow \cos\left(\frac{5a}{4}\pi\right) = \cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) \Leftrightarrow \frac{5a}{4}\pi = \pm\frac{3}{4}\pi + k \cdot 2\pi \Leftrightarrow a = \pm\frac{3}{5} + k \cdot \frac{8}{5}$$

De oplossingen met  $0 \leq a \leq 4$  zijn

$$a = 1, \quad a = 1 + \frac{8}{5} = 2\frac{3}{5}, \quad a = -1 + \frac{8}{5} = \frac{3}{5}, \quad a = -1 + \frac{16}{5} = 2\frac{1}{5} \quad \text{en} \quad a = -1 + \frac{24}{5} = 3\frac{4}{5}$$

### Vraag 4b - 5 punten

$$\begin{aligned} \text{De oppervlakte van } V \text{ is } \int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} f_1(x) \, dx &= \int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} \sin(x) - \cos(x) \, dx = [-\cos(x) - \sin(x)]_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} \\ &= -\cos\left(1\frac{1}{4}\pi\right) - \sin\left(1\frac{1}{4}\pi\right) - \left(-\cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) - \sin\left(\frac{1}{4}\pi\right)\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}\right) = 4 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

### Vraag 4c - 8 punten

$$f_2'(x) = \cos(x) + 2 \sin(2x) = \cos(x) + 2 \cdot 2 \sin(x) \cos(x) = \cos(x) + 4 \sin(x) \cos(x)$$

$$f_2'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos(x) (1 + 4 \sin(x)) = 0 \Leftrightarrow \cos(x) = 0 \vee 1 + 4 \sin(x) = 0$$

$$\cos(x) = 0 \text{ geeft } \sin^2(x) = 1 - \cos^2(x) = 1 - 0 = 1 \Leftrightarrow \sin(x) = \pm 1$$

$$\text{en } \cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1 = -1$$

$$\text{Dit geeft } f_2(x) = \sin(x) - \cos(2x) = \pm 1 + 1, \text{ dus } f_2(x) = 2 \vee f_2(x) = 0$$

$$\text{Kan ook met } x = \pm\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi \Leftrightarrow f_2(x) = f_2\left(\frac{1}{2}\pi\right) = 1 + 1 = 2 \vee f_2(x) = f_2\left(1\frac{1}{2}\pi\right) = -1 + 1 = 0$$

$$1 + 4 \sin(x) = 0 \text{ geeft } \sin(x) = -\frac{1}{4} \text{ en } \cos(2x) = 1 - 2 \sin^2(x) = 1 - \frac{2}{16} = \frac{7}{8}$$

$$\text{Hieruit volgt } f_2(x) = -\frac{1}{4} - \frac{7}{8} = -1\frac{1}{8} \text{ (= minimale waarde)}$$

*Alternatief:*

$$f_2(x) = \sin(x) - \cos(2x) = \sin(x) - (1 - 2 \sin^2(x)) = 2 \sin^2(x) + \sin(x) + 1$$

De minimumwaarde van  $f_2(x)$  is dus de minimum  $y$ -waarde van de parabool  $y = 2p^2 + p - 1$

$$\text{Voor de top van deze parabool geldt } p = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{4} \text{ en } y = 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -1\frac{1}{8}$$

### Vraag 4d - 5 punten

In een perforatie zijn de functies  $t(x) = \sin(\pi x) - \cos(2\pi x)$  en  $n(x) = \ln(x) + \ln(3x + 1) + 2 \ln(2)$  beide gelijk aan 0.

$$n(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x(3x + 1)) + \ln(2^2) = 0 \Leftrightarrow \ln(4x(3x + 1)) = 0 \Leftrightarrow \ln(4x(3x + 1)) = \ln(1)$$

$$\Leftrightarrow 4x(3x + 1) = 1 \Leftrightarrow 12x^2 + 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{24} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 8}{24} \Leftrightarrow x = \frac{-4 + 8}{4} = \frac{1}{6} \vee x = \frac{-4 - 8}{24} = -\frac{1}{2}$$

Voor  $x = -\frac{1}{2}$  bestaat  $n(x)$  niet, dus de enige oplossing is  $x = \frac{1}{6}$

$$t\left(\frac{1}{6}\right) = \sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) - \cos\left(\frac{2}{6}\pi\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0, \text{ er is dus een perforatie voor } x = \frac{1}{6}$$

$$\text{N.B. } t(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6} + k \cdot \frac{2}{3}$$

Het is niet mogelijk om voor al deze oplossingen met substitutie na te gaan of  $n(x) = 0$ , daarom moet de uitwerking van deze vraag beginnen met het oplossen van  $n(x) = 0$ .