Uitwerkingen CCVW Wiskunde B 22 juli 2025

Vraag 1a - 7 punten

Merk op dat $x + 4y = 12 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x + 3$

$\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{4}x + 3 \Leftrightarrow x^2 = -x + 12 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0$

Ook: $y = \frac{1}{4}x^2$ invullen in $x + 4y = 12$ geeft $x + x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0$

Dit geeft $(x + 4)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 3$, dus $x_A = 3$

Mag uiteraard ook met de abc-formule.

Invullen van $y = 0$ in $x + 4y = 12$ of in $y = -\frac{1}{4}x + 3$ geeft $x = 12$.

Lijn l snijdt de *x*-as dus in het punt $(12,0)$

De oppervlakte van het vlakdeel wordt zodoende gegeven door

$$\int_0^3 f(x)\ \mathrm{d}x + \int_3^{12} -\tfrac{1}{4}x + 3\ \mathrm{d}x = \int_0^3 \tfrac{1}{4}x^2\ \mathrm{d}x + \int_3^{12} -\tfrac{1}{4}x + 3\ \mathrm{d}x = \left[\tfrac{1}{12}x^3\right]_0^3 + \left[-\tfrac{1}{8}x^2 + 3x\right]_3^{12}$$

$$= \tfrac{27}{12} - 0 + \left(-\tfrac{144}{8} + 36\right) - \left(-\tfrac{9}{8} + 9\right) = 2\tfrac{1}{4} - 18 + 36 + 1\tfrac{1}{8} - 9 = 12\tfrac{3}{8}$$

$\int_3^{12} -\frac{1}{4}x + 3\ \mathrm{d}x$ *kan ook berekend worden als de oppervlakte van de driehoek met hoekpunten* $(3,0)$, $(12,0)$ *en* $A\left(3,\frac{9}{4}\right)$. *Deze is gelijk aan* $\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{9}{4} = \frac{81}{8} = 10\frac{1}{8}$.

Vraag 1b - 6 punten

$x + 4y = 12 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x + 3$, dus de richtingscoëfficiënt van l is $-\frac{1}{4}$

Omdat de raaklijn aan f_a in punt A loodrecht op l staat, moet gelden: $f_a'(x) = 4$

$f_a'(x) = 4 \Leftrightarrow \dfrac{2}{a}x = 4 \Leftrightarrow x = 4 \cdot \dfrac{a}{2} = 2a$

$x = 2a$ en $y = f(2a) = \frac{1}{a} \cdot 4a^2 = 4a$ invullen in de vergelijking van l geeft

$2a + 4 \cdot 4a = 12 \Leftrightarrow 2a + 16a = 12 \Leftrightarrow 18a = 12 \Leftrightarrow a = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

of $4a = -\frac{1}{4} \cdot 2a + 3 \Leftrightarrow 4a = -\frac{1}{2}a + 3 \Leftrightarrow \frac{9}{2}a = 3 \Leftrightarrow a = 3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$

Kan ook met: $\frac{1}{a}x^2 = -\frac{1}{4}x + 3$ geeft $x = -\frac{a}{8} + \frac{a}{8}\sqrt{1 + \frac{192}{a}}$

Dit invullen in $f_a'(x) = 4 \Leftrightarrow \frac{2}{a}x = 4$ geeft $a = \frac{2}{3}$

Vraag 1c - 5 punten

Er moet gelden: $|MC| = 10 \Leftrightarrow (x_C - x_M)^2 + (y_C - y_M)^2 = 100$

Invullen van $x_C = 2$, $y_C = 0$, $x_M = \sqrt{6a}$ en $y_M = 6$ geeft

$\left(2 - \sqrt{6a}\right)^2 + (0 - 6)^2 = 100 \Leftrightarrow \left(2 - \sqrt{6a}\right)^2 + 36 = 100 \Leftrightarrow \left(2 - \sqrt{6a}\right)^2 = 64$

... $\Leftrightarrow 2 - \sqrt{6a} = 8 \vee 2 - \sqrt{6a} = -8 \Leftrightarrow -\sqrt{6a} = 6 \vee -\sqrt{6a} = -10 \Leftrightarrow \sqrt{6a} = -6 \vee \sqrt{6a} = 10$

Omdat $\sqrt{6a} \geq 0$ geeft dit $\sqrt{6a} = 10 \Leftrightarrow 6a = 100 \Leftrightarrow a = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$

Kan ook met de substitutie $p = \sqrt{6a}$

Dit geeft: $(2 - p)^2 + 6^2 = 100 \Leftrightarrow 4 - 4p + p^2 + 36 = 100 \Leftrightarrow p^2 - 4p - 60 = 0 \Leftrightarrow (p - 10)(p + 6) = 0$

$p = \sqrt{6a} = -6$ heeft geen oplossing. $p = 10 \Leftrightarrow \sqrt{6a} = 10 \Leftrightarrow 6a = 100 \Leftrightarrow a = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$

En met $4 - 4\sqrt{6a} + 6a = 64 \Leftrightarrow 4\sqrt{6a} = 6a - 60 \Rightarrow 16 \cdot 6a = 36a^2 - 720a + 3600$

$\Leftrightarrow 36a^2 - 816a + 3600 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{816 \pm \sqrt{147456}}{72} = \frac{816 \pm 384}{72} \Leftrightarrow a = 6 \vee a = 16\frac{2}{3}$.

De oplossing $a = 6$ *voldoet niet.*

Vraag 2a - 6 punten

$g'(x) = -2e^{1-2x}$, dus $g'(0) = -2e$

De raaklijn aan de grafiek van g in punt $B(0, e)$ heeft dus vergelijking $y = -2ex + e$

$y_C = 0$ geeft $0 = -2e \cdot x_C + e \Leftrightarrow -2x_C + 1 = 0 \Leftrightarrow x_C = \frac{1}{2}$

De oppervlakte van driehoek ABC is $\frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot x_C = \frac{1}{2} \cdot (e - e^{-1}) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot (e - e^{-1})$

Vraag 2b - 9 punten

$g(x) = e^2 \Leftrightarrow 1 - 2x = 2 \Leftrightarrow -2x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Te berekenen is dus $\pi \cdot \int_{-\frac{1}{2}}^{0} (e^2)^2 \, dx - \pi \cdot \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \big(g(x)\big)^2 \, dx$

$\pi \cdot \int_{-\frac{1}{2}}^{0} (e^2)^2 \, dx = \pi \cdot [x \cdot e^4]_{-\frac{1}{2}}^{0} = \pi \cdot \left(0 - -\frac{1}{2}e^4\right) = \frac{1}{2}\pi e^4$

Kan ook met inhoud cilinder $= \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (e^2)^2 \cdot \frac{1}{2}$

$\pi \cdot \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \big(g(x)\big)^2 \, dx = \pi \cdot \int_{-\frac{1}{2}}^{0} (e^{1-2x})^2 \, dx = \pi \cdot \int_{-\frac{1}{2}}^{0} e^{2-4x} \, dx = \pi \cdot \left[-\frac{1}{4}e^{2-4x}\right]_{-\frac{1}{2}}^{0} = \pi \cdot \left(-\frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^4\right)$

De inhoud van het omwentelingslichaam is zodoende

$\frac{1}{2}\pi e^4 - \pi \cdot \left(-\frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^4\right) = \frac{1}{2}\pi e^4 + \frac{1}{4}\pi e^2 - \frac{1}{4}\pi e^4 = \frac{1}{4}\pi e^2 + \frac{1}{4}\pi e^4$

Vraag 2c - 5 punten

Er moet gelden: $h_a'(8) = 0$

$h_a'(x) = \dfrac{2}{x} - \dfrac{a}{x-2} \Rightarrow h_a'(8) = \dfrac{2}{8} - \dfrac{a}{6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}a$

$h_a'(8) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{6}a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4} \cdot 6 = \frac{3}{2}$

Vraag 2d - 6 punten

$h_1(x) = k(x) \Rightarrow \ln(x^2) - \ln(x-2) = \ln(2x+3) \Leftrightarrow \ln\left(\dfrac{x^2}{x-2}\right) = \ln(2x+3)$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{x-2} = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 = (2x+3)(x-2)$

Kan ook met

$h_1(x) = k(x) \Rightarrow \ln(x^2) - \ln(x-2) = \ln(2x+3) \Leftrightarrow \ln(x^2) = \ln(2x+3) + \ln(x-2)$

$\Leftrightarrow \ln(x^2) = \ln\big((2x+3)(x-2)\big) \Leftrightarrow x^2 = (2x+3)(x-2)$

Dit geeft $x^2 = 2x^2 - x - 6 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 3$

Mag uiteraard ook met de abc-formule.

$h_1(-2)$ en $k(-2)$ bestaan niet, dus de enige oplossing is $x = 3$

Vraag 3a - 4 punten

$F'(x) = -\sin(x) + -\frac{2}{3} \cdot 3\cos^2(x) \cdot -\sin(x) = -\sin(x) + 2\cos^2(x) \cdot \sin(x)$

$= \sin(x)\,(-1 + 2\cos^2(x)) = \sin(x)\,(2\cos^2(x) - 1) = \sin(x)\cos(2x) = f(x)$

Kan ook met de substitutieregel (keuzeonderwerp op het vwo):

$f(x) = \sin(x)\cos(2x) = \sin(x)\,(2\cos^2(x) - 1) = 2\sin(x)\cos^2(x) - \sin(x)$

Een primitieve hiervan is $-\frac{2}{3}\cos^3(x) + \cos(x) = F(x)$

De eerste term hiervan gaat met de substitutie $u(x) = \cos(x)$, dus $\mathrm{d}u = -\sin(x)\,\mathrm{d}x$

Vraag 3b - 6 punten

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \sin(x) = 0 \vee \cos(2x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 + k \cdot \pi \vee 2x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi$

$\Leftrightarrow x = 0 + k \cdot \pi \vee x = \frac{1}{4}\pi + k \cdot \frac{1}{2}\pi$

De grenzen van het grootste vlakdeel zijn dus $x = \frac{1}{4}\pi$ en $x = \frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\pi = \frac{3}{4}\pi$

$\int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{3}{4}\pi} f(x)\ \mathrm{d}x = F\left(\frac{3}{4}\pi\right) - F\left(\frac{1}{4}\pi\right) = -\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^3\right)$

$= -\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(\sqrt{2}\right)^3 - \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(\sqrt{2}\right)^3 = -\sqrt{2} + \frac{1}{6}\left(\sqrt{2}\right)^3 = -\sqrt{2} + \frac{1}{6} \cdot 2\sqrt{2} = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$

Voor $\frac{1}{4}\pi < x < \frac{3}{4}\pi$ ligt de grafiek onder de *x*-as, dus de oppervlakte van het grootste vlakdeel is $-\int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{3}{4}\pi} f(x)\ \mathrm{d}x = \frac{2}{3}\sqrt{2}$

Vraag 3c - 5 punten

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sin(x)\cos(2x) = \cos(x)\sin(2x) \Leftrightarrow \sin(x)\cos(2x) = \cos(x) \cdot 2\sin(x)\cos(x)$

$\Leftrightarrow \sin(x) \cdot \cos(2x) = \sin(x) \cdot 2\cos^2(x) \Leftrightarrow \sin(x) = 0 \vee \cos(2x) = 2\cos^2(x)$

$\cos(2x) = 2\cos^2(x) \Leftrightarrow 2\cos^2(x) - 1 = 2\cos^2(x)$, dit heeft geen oplossingen

$\sin(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 + k \cdot \pi$

De oplossingen op het interval $0 \le x \le 2\pi$ zijn dus $x = 0$, $x = \pi$ en $x = 2\pi$

Varianten hierop:

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sin(x)\cos(2x) = \cos(x)\sin(2x) \Leftrightarrow \sin(x)\,(2\cos^2(x) - 1) = \cos(x) \cdot 2\sin(x)\cos(x)$

$\Leftrightarrow 2\sin(x)\cos^2(x) - \sin(x) = 2\sin(x)\cos^2(x) \Leftrightarrow \sin(x) = 0$ etc.

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sin(x)\cos(2x) = \cos(x)\sin(2x) \Leftrightarrow \sin(x)\,(\cos^2(x) - \sin^2(x)) = \cos(x) \cdot 2\sin(x)\cos(x)$

$\Leftrightarrow \sin(x)\cos^2(x) - \sin(x)\sin^2(x) = 2\sin(x)\cos^2(x) \Leftrightarrow 0 = \sin(x)\,(\cos^2(x) + \sin^2(x)) \Leftrightarrow \sin(x) = 0$ etc.

Alternatief 1:

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow \sin(x)\cos(2x) - \cos(x)\sin(2x) = 0 \Leftrightarrow \sin(x - 2x) = 0$

$\Leftrightarrow \sin(-x) = 0 \Leftrightarrow \sin(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 + k \cdot \pi$

De oplossingen op het interval $0 \le x \le 2\pi$ zijn dus $x = 0$, $x = \pi$ en $x = 2\pi$

Alternatief 2 (geen vwo wiskunde B examenonderwerp, maar kan wel bekend zijn) :

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sin(x)\cos(2x) = \cos(x)\sin(2x) \Leftrightarrow \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)} \Leftrightarrow \tan(x) = \tan(2x)$

Dit geeft $x = 2x + k \cdot \pi \Leftrightarrow x = k \cdot \pi$

De oplossingen op het interval $0 \le x \le 2\pi$ zijn dus $x = 0$, $x = \pi$ en $x = 2\pi$

Vraag 3d - 6 punten

$f'(x) = \cos(x) \cdot \cos(2x) + \sin(x) \cdot -2 \cdot \sin(2x) = \cos(x)\cos(2x) - 2\sin(x)\sin(2x)$

Dit geeft $f'\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = -\frac{1}{4}\sqrt{3}$

$h'(x) = \frac{8}{3}\cos(x)$, dus $h'\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$

Vervolg met het product van de richtingscoëfficiënten van de raaklijnen:

$-\frac{1}{4}\sqrt{3} \cdot \frac{4}{3}\sqrt{3} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\sqrt{3}\right)^2 = -\frac{1}{3} \cdot 3 = -1$

De raaklijnen staan dus loodrecht op elkaar, de hoek is zodoende $90°$, ofwel $\frac{1}{2}\pi$

Vervolg met het inproduct van de richtingsvectoren van de raaklijnen:

Dit inproduct is $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{4}\sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{4}{3}\sqrt{3} \end{pmatrix}\right) = 1 - \frac{1}{4}\sqrt{3} \cdot \frac{4}{3}\sqrt{3} = 1 - 1 = 0$

De hoek tussen de raaklijnen is zodoende $90°$, ofwel $\frac{1}{2}\pi$ (want $\cos(90°) = 0$)

Vraag 4a - 4 punten

Het midden van AB is het punt $M(-1, -5)$.
Dit is het middelpunt van de cirkel met middellijn AB
De straal van deze cirkel is $r = |AM|$ $(= |BM|)$
Dit geeft $r^2 = |AM|^2 = 5^2 + 5^2 = 50$ $(= |BM|^2)$
Een vergelijking van deze cirkel is $(x+1)^2 + (y+5)^2 = 50$
Haakjes wegwerken geeft $x^2 + 2x + 1 + y^2 + 10y + 25 = 50$
en omdat $50 - 25 - 1 = 24$ is dit precies de vergelijking van cirkel c

Alternatief:

$x_A = -6$ en $y_B = 0$ invullen in $x^2 + 2x + y^2 + 10y$ geeft $36 - 12 + 0 + 0 = 24$
$x_B = 4$ en $y_B = -10$ invullen in $x^2 + 2x + y^2 + 10y$ geeft $16 + 8 + 100 - 100 = 24$
De punten A en B liggen dus beide op cirkel c

$x^2 + 2x + y^2 + 10y = 24 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 + y^2 + 10y + 25 - 25 = 24$
$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+5)^2 = 24 + 1 + 25 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+5)^2 = 50$

Het middelpunt van c is dus $M(-1, -5)$
Dit punt is precies het midden van AB, dus is AB een middellijn van c

Vraag 4b - 6 punten

Volgens de omgekeerde stelling van Thales liggen deze twee punten op cirkel c

Invullen van $x = -5 + 3\lambda$ en $y = -2 + 4\lambda$ in de vergelijking van c geeft

$(-5 + 3\lambda)^2 + 2(-5 + 3\lambda) + (-2 + 4\lambda)^2 + 10(-2 + 4\lambda) = 24$

of $(-4 + 3\lambda)^2 + (3 + 4\lambda)^2 = 50$

Haakjes wegwerken geeft $25 - 30\lambda + 9\lambda^2 - 10 + 6\lambda + 4 - 16\lambda + 16\lambda^2 - 20 + 40\lambda = 24$

of $16 - 24\lambda + 9\lambda^2 + 9 + 24\lambda + 16\lambda^2 = 50$

Gelijksoortige termen samennemen geeft $25\lambda^2 = 25 \Leftrightarrow \lambda = 1 \vee \lambda = -1$

$\lambda = 1$ geeft $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$, hierbij hoort het punt $P(-2,2)$

$\lambda = -1$ geeft $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \end{pmatrix}$, hierbij hoort het punt $P(-8,-6)$

Alternatief 1:

Volgens de omgekeerde stelling van Thales liggen deze twee punten op cirkel c

Lijn m is de rechte lijn door punt $(-5,-2)$ met richtingscoëfficiënt $\frac{4}{3}$.

Een vergelijking van deze lijn is $y = \frac{4}{3}x + \frac{14}{3}$

Dit invullen in de vergelijking van c geeft

$x^2 + 2x + \left(\frac{4}{3}x + \frac{14}{3}\right)^2 + 10\left(\frac{4}{3}x + \frac{14}{3}\right) = 24$ of $(x + 1)^2 + \left(\frac{4}{3}x + \frac{29}{3}\right)^2 = 50$

Haakjes wegwerken geeft $x^2 + 2x + \frac{16}{9}x^2 + \frac{112}{9}x + \frac{196}{9} + \frac{40}{3}x + \frac{140}{3} = 24$

of $x^2 + 2x + 1 + \frac{16}{9}x^2 + \frac{232}{9}x + \frac{841}{9} = 50$

Gelijksoortige termen samennemen geeft

$\frac{25}{9}x^2 + \frac{250}{9}x + \frac{400}{9} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x + 8) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = -8$

$x = -2$ geeft $y = \frac{4}{3} \cdot -2 + \frac{14}{3} = \frac{6}{3} = 2$; $x = -8$ geeft $y = \frac{4}{3} \cdot -8 + \frac{14}{3} = -\frac{18}{3} = -6$

Alternatief 2:

Voor de punten P geldt dat $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} -5 + 3\lambda \\ -2 + 4\lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 3\lambda \\ -2 + 4\lambda \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BP} = \begin{pmatrix} -5 + 3\lambda \\ -2 + 4\lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 + 3\lambda \\ 8 + 4\lambda \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow (\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}) = 0 \Leftrightarrow (1 + 3\lambda)(-9 + 3\lambda) + (-2 + 4\lambda)(8 + 4\lambda) = 0$

$\Leftrightarrow -9 - 24\lambda + 9\lambda^2 - 16 + 24\lambda + 16\lambda = 0 \Leftrightarrow 25\lambda^2 = 25 \Leftrightarrow \lambda^2 = 1 \Leftrightarrow \lambda = \pm 1$

$\lambda = 1$ geeft $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$, hierbij hoort het punt $P(-2,2)$

$\lambda = -1$ geeft $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \end{pmatrix}$, hierbij hoort het punt $P(-8,-6)$

Vraag 4c - 6 punten

De vergelijking van de cirkel kan geschreven worden als $(x+1)^2+(y+5)^2=50$

De raaklijn aan een cirkel is verticaal in de snijpunten van de cirkel met de horizontale lijn door het middelpunt M.

De afstand tussen $M(-1,-5)$ en de raakpunten is de straal van de cirkel.

Dit geeft $x-x_M=r_C \Leftrightarrow x+1=\sqrt{50} \Leftrightarrow x=-1+\sqrt{50}$ $\left(=-1+5\sqrt{2}\right)$

of $x_M-x=r_C \Leftrightarrow -1-x=\sqrt{50} \Leftrightarrow x=-1-\sqrt{50}$ $\left(=-1-5\sqrt{2}\right)$

De vergelijkingen van de verticale raaklijnen zijn dus $x=-1+5\sqrt{2}$ en $x=-1-5\sqrt{2}$

De wortelvormen mogen ook blijven staan zoals in de voorlaatste stap.

Alternatief 1:

De raaklijn aan een cirkel is verticaal in de snijpunten van de cirkel met de horizontale lijn door het middelpunt M, dat is de lijn $y=-5$

$y=-5$ invullen in de vergelijking van c geeft

$x^2+2x+25-50=24 \Leftrightarrow x^2+2x-49=0 \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{200}}{2}$ $\left(=-1\pm5\sqrt{2}\right)$

of $(x+1)^2=50 \Leftrightarrow x+1=\sqrt{50} \Leftrightarrow x=-1\pm\sqrt{50}$ $\left(=-1\pm5\sqrt{2}\right)$

De vergelijkingen van de verticale raaklijnen zijn dus $x=-1+5\sqrt{2}$ en $x=-1-5\sqrt{2}$

De wortelvormen mogen ook blijven staan zoals in de voorlaatste stap.

Alternatief 2:

Een verticale lijn heeft een vergelijking van de vorm $x=a$.

Deze lijn raakt de cirkel als er één gemeenschappelijk punt is, dat is als de vergelijking die je krijgt door $x=a$ in te vullen in de vergelijking van c precies één oplossing heeft

$x=a$ invullen in de vergelijking van c geeft $a^2+2a+y^2+10y=24$

of $(a+1)^2+(y+5)^2=50 \Leftrightarrow a^2+2a+1+y^2+10y+25=50$

Uit beide volgt $y^2+10y+a^2+2a-24=0$

De discriminant van deze vergelijking is $D=100-4(a^2+2a-24)$

$D=0 \Leftrightarrow 100-4a^2-8a+96=0 \Leftrightarrow a^2+2a-49=0$

Er is zodoende precies één oplossing als $a=\frac{-2\pm\sqrt{200}}{2}$ $\left(=-1\pm5\sqrt{2}\right)$

De vergelijkingen van de verticale raaklijnen zijn dus $x=\frac{-2+\sqrt{200}}{2}$ en $x=\frac{-2-\sqrt{200}}{2}$

