

# CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

## Tentamen Wiskunde B

Datum: 22 juli 2025  
Tijd: 13.30 – 16.30 uur  
Aantal opgaven: 4

**Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.**

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

| Te behalen punten per onderdeel:                      |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|
| Opgave  | 1  | 2  | 3  | 4  |
| a   | 7  | 6  | 4  | 4  |
| b   | 6  | 9  | 6  | 6  |
| c   | 5  | 5  | 5  | 6  |
| d   |    | 6  | 6  |    |
| Totaal  | 18 | 26 | 21 | 16 |
| Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{9} + 1$ |    |    |    |    |
| U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.        |    |    |    |    |

## Opgave 1 – Een familie parabolen

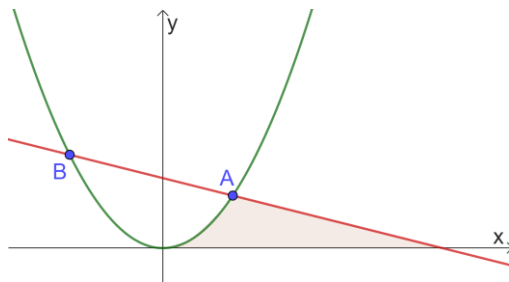
Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Voor iedere  $a > 0$  wordt de functie  $f_a$  gegeven door  $f_a(x) = \frac{1}{a}x^2$ .

Lijn  $l$  is de rechte lijn met vergelijking  $x + 4y = 12$ .

Voor iedere  $a > 0$  snijdt lijn  $l$  de grafiek van  $f_a$  in een punt  $A$  met  $x_A > 0$  en in een punt  $B$  met  $x_B < 0$ .

In de figuur hieronder ziet u bijvoorbeeld de grafiek van de functie  $f_4(x) = \frac{1}{4}x^2$  en de lijn  $l$  met hun snijpunten  $A$  en  $B$ .



In de figuur is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door lijn  $l$ , de  $x$ -as en de grafiek van  $f_4$ , gekleurd weergegeven.

7pt a Bereken exact de oppervlakte dit vlakdeel.

Er is een waarde van  $a$  waarvoor, anders dan in de figuur, geldt dat lijn  $l$  en de grafiek van  $f_a$  elkaar loodrecht snijden in punt  $A$ .

6pt b Bereken deze waarde van  $a$  exact.

Voor iedere  $a > 0$  ligt het punt  $M(\sqrt{6a}, 6)$  op de grafiek van  $f_a$ .

Punt  $M$  is het middelpunt van een cirkel die door het punt  $C(2,0)$  gaat.

5pt c Bereken exact de waarde(n) van  $a$  waarvoor de straal van deze cirkel gelijk is aan 10.

## Opgave 2 – Exponentiële en logaritmische functies

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functies  $f$  en  $g$  worden gegeven door

$$f(x) = e^{2x-1} \text{ en } g(x) = e^{1-2x}.$$

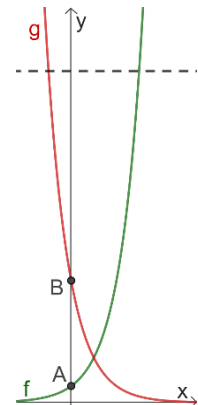
De grafiek van  $f$  snijdt de  $y$ -as in punt  $A(0, e^{-1})$ .

De grafiek van  $g$  snijdt de  $y$ -as in punt  $B(0, e)$ .

Zie de figuur hiernaast.

Lijn  $l$  is de raaklijn aan de grafiek van  $g$  in punt  $B$ .

Lijn  $l$  snijdt de  $x$ -as in punt  $C$ .



6pt a Bereken exact de oppervlakte van driehoek  $ABC$ .

$V$  is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van  $g$ , de  $y$ -as en de horizontale lijn  $y = e^2$ . Deze lijn is gestreept in de figuur.

9pt b Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als vlakdeel  $V$  wordt gewenteld rond de  $x$ -as.

Voor iedere  $a$  wordt de functie  $h_a$  gegeven door  $h_a(x) = 2 \ln(x) - a \ln(x - 2)$ .

5pt c Bereken exact de waarde(n) van  $a$  waarvoor de functie  $h_a$  een minimum heeft voor  $x = 8$ .

Met  $a = 1$  krijgen we de functie  $h_1(x) = 2 \ln(x) - \ln(x - 2)$ .

De functie  $k$  wordt gegeven door  $k(x) = \ln(2x + 3)$ .

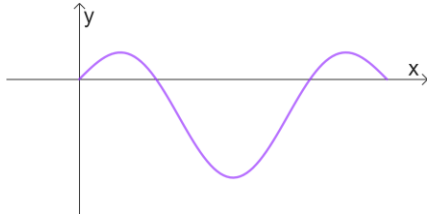
6pt d Los de vergelijking  $h_1(x) = k(x)$  exact op.

### Opgave 3 – Goniometrische functies

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functie  $f$  wordt gegeven door  $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(2x)$ .

In de figuur hieronder ziet u de grafiek van  $f$  voor  $0 \leq x \leq \pi$ .



De functie  $F(x) = \cos(x) - \frac{2}{3}\cos^3(x)$  is een primitieve van  $f$ .

4pt a Toon dit aan met een exacte berekening.

In de figuur ziet u dat er voor  $0 \leq x \leq \pi$  drie vlakdelen zijn die worden ingesloten door de grafiek van  $f$  en de  $x$ -as.

6pt b Toon met een exacte berekening aan dat de oppervlakte van het grootste van deze drie vlakdelen gelijk is aan  $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ .

Verder wordt de functie  $g$  gegeven door  $g(x) = \cos(x) \cdot \sin(2x)$ .

5pt c Los de vergelijking  $f(x) = g(x)$  exact op en geef alle oplossingen op het interval  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

Tot slot wordt de functie  $h$  gegeven door  $h(x) = \frac{8}{3}\sin(x) - \frac{13}{12}$ .

De grafiek van  $h$  snijdt de grafiek van de functie  $f$  in punt  $A\left(\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{4}\right)$ .

*Dit hoeft u niet aan te tonen!*

6pt d Bereken exact de hoek waaronder de grafiek van  $f$  en de grafiek van  $h$  elkaar snijden in punt  $A$ .

## Opgave 4 – Een cirkel en drie lijnen

*Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!*

Gegeven worden de punten  $A(-6,0)$  en  $B(4,-10)$ .

Het lijnstuk  $AB$  is een middellijn van de cirkel  $c$  met vergelijking

$$x^2 + 2x + y^2 + 10y = 24.$$

4pt a Toon dit aan met een exacte berekening.

Verder is de lijn  $m$  gegeven met vectorvoorstelling  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

Er zijn twee punten  $P$  op lijn  $m$  waarvoor geldt  $\angle APB = 90^\circ$ .

6pt b Bereken exact de coördinaten van deze twee punten.

De hierboven gegeven cirkel  $c$  heeft twee verticale raaklijnen.

6pt c Bereken exact de vergelijkingen van deze twee verticale raaklijnen.

*Einde van het tentamen.*

*Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of uw naam en het opgavenummer op ieder antwoordblad staat.*

*Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.*

*Wat er niet in het mapje moet:*

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;*
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;*
- kladpapier;*
- deze opgaven.*

*Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.*

*Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).*

## Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$