Uitwerkingen voorbeeldtentamen 1 Wiskunde A 2018

Vraag 1a – 4 punten

$3x^2 - 7x + 2 = 0$ geeft $D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 - 24 = 25$

Oplossingen: $x = \frac{7-5}{2\cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ en : $x = \frac{7+5}{2\cdot 3} = \frac{12}{6} = 2$

Vraag 1b – 4 punten

$2x^4 - 4x^8 = 0 \Leftrightarrow 2x^4(1 - 2x^4) = 0 \; of \; x^4(2 - 4x^4) = 0 \Leftrightarrow x^4 = 0 \; of \; 1 - 2x^4 = 0$

$x^4 = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $x^4 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = \pm\sqrt[4]{\frac{1}{2}} \approx \pm 0{,}841$

Vraag 1c – 4 punten

$2 \cdot 4^x - 4 \cdot 8^x = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 4^x = 4 \cdot 8^x \Leftrightarrow \frac{8^x}{4^x} = \frac{2}{4} \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -1$

Alternatief: $2^1 \cdot 2^{2x} = 2^2 \cdot 2^{3x} \Leftrightarrow 2^{1+2x} = 2^{2+3x} \Leftrightarrow 1 + 2x = 2 + 3x \Leftrightarrow x = -1$

Vraag 1d – 4 punten

$2 \cdot 5^x - 30 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 5^x = 30 \Leftrightarrow 5^x = 15 \Leftrightarrow x = \; {}^5\log(15) \approx 1{,}683$

Vraag 1e – 4 punten

$$\sqrt{4x-7} = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow 4x - 7 = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 \Leftrightarrow 4x - 7 = \frac{1}{4}x^2 + x + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - 3x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 + \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 8}}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{3+1}{\frac{1}{2}} = 8 \vee x = x = \frac{3 - \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 8}}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{3-1}{\frac{1}{2}} = 4$$

Mag ook met $x^2 - 12x + 32 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x-8) = 0$.

Snijpunten $(4,3)$ en $(8,5)$

Extra vraag 1f – 4 punten

$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x-7}} = \frac{2}{\sqrt{4x-7}}$, dus $f'(2) = \frac{2}{\sqrt{8-7}} = \frac{2}{1} = 2$

Vraag 2a – 2 punten

$Opbrengst = q \cdot p(q) = 14q - 0{,}05q^2$

$Totale\ kosten = 250 + 2q$

$winst = 14q - 0{,}05q^2 - (250 + 2q) = 14q - 0{,}05q^2 - 250 - 2q = -0{,}05q^2 + 12q - 250$

Vraag 2b – 3 punten

$w'(q) = -0{,}1q + 12$

$w'(q) = 0 \Leftrightarrow -0{,}1q + 12 = 0 \Leftrightarrow q = 120$

Vraag 2c – 6 punten

$$R'(q) = \frac{(-10q + 1200)(250 + 2q) - (-5q^2 + 1200q - 25\,000) \cdot 2}{(250 + 2q)^2}$$

Haakjes wegwerken in de teller geeft

$-2500q - 20q^2 + 300\,000 + 2400q + 10q^2 - 2400q + 50\,000 = -10q^2 - 2500q + 350\,000$

$R'(q) = 0 \Leftrightarrow q^2 + 250q - 35\,000 = 0 \Leftrightarrow (q - 100)(q + 350) = 0 \Leftrightarrow q = 100\ of\ q = -350$

Mag ook met de abc-formule

Alleen $q = 100$ voldoet.

Vraag 3a – 4 punten

Voor iedere peer is de kans dat deze meer dan 190 gram weegt gelijk aan $\frac{1}{2}$

De kans dat alle 10 peren meer dan 190 gram wegen is dus $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024} \approx 0{,}000977$

Vraag 3b – 5 punten

$\mu_{totaal} = \mu_{peren} + \mu_{kistje} = 36 \cdot 190 + 500 = 7340$ gram

$\sigma^2_{totaal} = \sigma^2_{peren} + \sigma^2_{kistje} = 36 \cdot 7^2 + 20^2 = 2164$; $\sigma_{totaal} = \sqrt{2164} \approx 46{,}52$ gram.

Vraag 3c – 2 punten

$H_0\colon\ p = 0{,}05;\ \ H_1\colon\ p > 0{,}05$

Vraag 3d – 4 punten

$\binom{100}{8} \cdot 0{,}05^8 \cdot 0{,}95^{92} \approx 0{,}06474$

Vraag 3e – 4 punten

Je zou eigenlijk de overschrijdingskans $P(X \geq 8)$ moeten berekenen, maar omdat deze kans groter is dan de kans die je bij vraag 3d hebt berekend en die kans op zijn beurt weer groter is dan α, weet je dat $P(X \geq 8) > \alpha$, dus wordt H_0 niet verworpen. Er is niet genoeg reden om aan te nemen dat meer dan 5% van de peren aangevreten is.

Extra vraag 3f – 2 punten

$H_0\colon\ \mu = 190$; $H_1\colon\ \mu \neq 190$

Extra vraag 3g – 5 punten

Het gemiddelde gewicht van de 25 peren is normaal verdeeld met $\mu_G = 190$ gram
en $\sigma_G = \frac{7}{\sqrt{25}} = 1{,}4$ gram.
De grenswaarde waaronder de nulhypothese verworpen wordt is dus
$g_l = \mu_G - 1{,}96\sigma_G = 190 - 1{,}96 \cdot 1{,}4 = 187{,}26$ gram.
Bij een gemiddelde steekproefuitkomst van 187,5 gram wordt de nulhypothese dus niet verworpen.
Er is niet genoeg reden om aan te nemen dat het gemiddelde gewicht niet gelijk is aan 190 gram.

Vraag 4a – 3 punten

De hoogte boven *L* wordt gegeven door $H(0) = A + B\sin(0) = A + B \cdot 0 = A$

A is de evenwichtsstand.

De grootste hoogte is 12 m, de kleinste hoogte is 10m. De evenwichtsstand *A* is dus 11 m.

Vraag 4b – 4 punten

De amplitude *B* is het verschil tussen grootste hoogte en evenwichtsstand, dat is 1 m

$27\ m = 1{,}5$ periode, de periode is dus 18 m

Dit geeft $C = \frac{2\pi}{periode} = \frac{2\pi}{18} = \frac{1}{9}\pi\ \ (\approx 0{,}349)$

Vraag 4c – 3 punten

Boven punt *L* (bij $x = 0$) is de hoogte gelijk aan de evenwichtsstand van 11 m.

Een halve periode, dus 9 m verder, is de hoogte weer 11 m.

Door de symmetrie is de hoogte 1,5 m links van dit punt gelijk aan de hoogte 1,5 m rechts van punt *L*.

Dat is 7,5 m rechts van punt *L*, dus 6 m rechts van het begin van de .

Je kunt het antwoord ook vinden door de vergelijking $H(x) = H(1{,}5) = 11{,}5$ *op te lossen en na te gaan welke van de oplossingen aan de omschrijving voldoet. Dit valt echter buiten de leerstof wiskunde A.*

Vraag 5a – 5 punten

De groeifactor over 1 maand is $g = 1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$.

Voor de verdubbelingstijd *T* geldt $g^T = 2$

Dit geeft $1{,}1^T = 2 \Leftrightarrow T = {}^{1,1}\log(2) \approx 7{,}27$ maanden

Mag ook door de vergelijking $5000 \cdot 1.1^t = 10\,000$ *op te lossen.*

Vraag 5b – 5 punten

De inkomsten in euro per maand vormen een rekenkundige rij met $I(1) = 10\,000 + 400 = 10\,400$ en $I(24) = 10\,000 + 400 \cdot 24 = 19\,600$

De som van de eerste 24 termen is dan $\frac{1}{2} \cdot 24 \cdot \left(I(0) + I(24)\right) = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot (10\,400 + 19\,600) = 360\,000$

Vraag 5c – 3 punten

Op den duur wordt $\mathrm{e}^{-0,5t}$ vrijwel 0.

De grenswaarde is dus $5000 \cdot (100 - 0) = 500\,000$.

Vraag 5d – 4 punten

$A(t) = 5000 \cdot (100 - 99 \cdot \mathrm{e}^{-0,5t}) = 500\,000 - 495\,000 \cdot \mathrm{e}^{-0,5t}$

geeft $A'(t) = -495\,000 \cdot (-0{,}5 \cdot \mathrm{e}^{-0,5t}) = 247\,500 \cdot \mathrm{e}^{-0,5t}$

Hieruit volgt $A'(12) = 247\,500 \cdot \mathrm{e}^{-6} \approx 613{,}49$ euro per maand

Vraag 5e – 4 punten

$A = 5000 \cdot (100 - 99 \cdot \mathrm{e}^{-0,5t}) \Leftrightarrow 100 - 99 \cdot \mathrm{e}^{-0,5t} = \frac{1}{5000}A \Leftrightarrow -99 \cdot \mathrm{e}^{-0,5t} = \frac{1}{5000}A - 100$

$$\Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0,5t} = \frac{100}{99} - \frac{1}{495\,000}A \Leftrightarrow -0{,}5t = \ln\left(\frac{100}{99} - \frac{1}{495\,000}A\right) \Leftrightarrow t = -2\ln\left(\frac{100}{99} - \frac{1}{495\,000}A\right)$$

$A = 495\,000$ geeft dan $t = -2\ln\left(\frac{100}{99} - 1\right) \approx 9{,}19$ maanden

Vraag 6a – 3 punten

$P(5{,}5, geen\ 5) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{216}$

Er zijn 3 combinaties met twee keer 5 en 1 keer een andere uitkomst, de gevraagde kans is dus inderdaad $\frac{15}{216}$

Vraag 6b – 6 punten

De kans op drie vijven is $\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$, de kans op geen enkele vijf is $\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$

De kans op één vijf is $\frac{75}{216}\left(= 1 - \left(\frac{125}{216} + \frac{15}{216} + \frac{1}{216}\right) = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2\right)$

De kansverdeling is dus

$P(U = 0) = \frac{125}{216}$; $P(U = 2) = \frac{75}{216}$; $P(U = 8) = \frac{15}{216}$; $P(U = 50) = \frac{1}{216}$

Dit geeft $E(U) = 0 + 2 \cdot \frac{75}{216} + 8 \cdot \frac{15}{216} + 50 \cdot \frac{1}{216} = \frac{320}{216} \approx 1{,}481$

De inzet moet minimaal € 1,49 zijn