Uitwerkingen CCVW Wiskunde A 20-7-2020

Vraag 1a - 4 punten

$5 - 2x - 4x^2 = 10x + 14 \iff -4x^2 - 12x - 9 = 0 \iff 4x^2 + 12x + 9 = 0 \iff (2x+3)^2 = 0$

Hieruit volgt $2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$

Mag ook met de abc-formule:

$a = 4$, $b = 12$ *en* $c = 9$ geeft $D = b^2 - 4ac = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$, dus $x = -b/2a = -12/8 = -\frac{3}{2}$

De *y*-coördinaat van het snijpunt is $f\left(-\frac{3}{2}\right) = 5 + 3 - 9 = -1 \quad \left(= -10 \cdot \frac{3}{2} + 14\right)$

Vraag 1b - 6 punten

$f'(x) = -2 - 8x \Rightarrow f'(0) = -2.$

De raaklijn heeft dus een vergelijking van de vorm $y = -2x + b$ met $b = f(0) = 5$

De vergelijking van *l* is dus $y = -2x + 5$

Voor *m* geldt: $x - 4y = 4 \Leftrightarrow -4y = -x + 4 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x - 1$

Samen geeft dit $-2x + 5 = \frac{1}{4}x - 1 \Leftrightarrow -\frac{9}{4}x = -6 \Leftrightarrow x = \frac{24}{9} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

Vraag 1c - 5 punten

$$g'(x) = \frac{2x + 10 - 2(x+2)}{(2x+10)^2} = \frac{2x + 10 - 2x - 4}{(2x+10)^2} = \frac{6}{(2x+10)^2}$$

$$g'(x) = \tfrac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{6}{(2x+10)^2} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow (2x+10)^2 = 36 \Leftrightarrow 2x + 10 = 6 \vee 2x + 10 = -6 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = -8$$

Kan ook met wegwerken van de haakjes:

$(2x+10)^2 = 36 \Leftrightarrow 4x^2 + 40x + 100 = 36 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x+8) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = -8$

Vraag 1d - 5 punten

$3 + 4 \cdot \log(5x) = 11 \Leftrightarrow 4 \cdot \log(5x) = 8 \Leftrightarrow \log(5x) = 2 \Leftrightarrow 5x = 10^2 = 100 \Leftrightarrow x = \frac{100}{5} = 20$

Vraag 2a - 6 punten

$P_1(t) = 450t - 25t^{\frac{3}{2}} \Rightarrow P_1'(t) = 450 - 25 \cdot \frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}}$ of $P_1(t) = 450t - 25t \cdot \sqrt{t} \Rightarrow P_1'(t) = 450 - 25 \cdot \sqrt{t} - 25 \cdot t \cdot \frac{1}{2\sqrt{t}}$

Dit geeft $P_1'(t) = 450 - 37{,}5\sqrt{t}$

$P_1'(t) = 0 \Leftrightarrow 37{,}5\sqrt{t} = 450 \Leftrightarrow \sqrt{t} = \dfrac{450}{37{,}5} = 12 \Leftrightarrow t = 144$

De winst is dan $P_1(144) = 450 \cdot 144 - 25 \cdot 144 \cdot 12 = 21\,600$ euro.

Vraag 2b - 5 punten

$P_2'(t) = 2 \cdot 7{,}7t \cdot \mathrm{e}^{-t/72} + 7{,}7t^2 \cdot -\frac{1}{72} \cdot \mathrm{e}^{-t/72} = 15{,}4t \cdot \mathrm{e}^{-t/72} - \frac{7{,}7}{72}t^2 \cdot \mathrm{e}^{-t/72}$

$P_2'(144) = 15{,}4 \cdot 144 \cdot \mathrm{e}^{-144/72} - \frac{7{,}7}{72} \cdot 144^2 \cdot \mathrm{e}^{-144/72} = 2217{,}6\mathrm{e}^{-2} - 2217{,}6\mathrm{e}^{-2} = 0$

Vraag 2c - 4 punten

Na twee jaar geldt $t = 2 \cdot 365 = 730$; na vier jaar geldt $t = 4 \cdot 365 = 1460$

$W_1(730) = -164\,588 < 0$ en $W_1(1460) = -737\,663 < 0$, dus formule W_1 komt niet overeen.
Het is voldoende om aan te geven dat één van beide negatief is.

$W_2(730) = 162 > 0$ en $W_2(1460) = 0{,}0256 \approx 0$, dus formule W_2 komt wel overeen.
Deze moeten beide uitgerekend worden om dit aan te tonen.

Vraag 3a - 3 punten

$\sin(10\pi t)$ is minimaal –1 en maximaal 1

De minimale waarde is dus $135 - 30 = 105$ cm en de maximale waarde is $135 + 30 = 165$ cm.

Vraag 3b - 3 punten

$periode = \frac{2\pi}{10\pi} = 0{,}2$ seconde, dat zijn 5 omwentelingen per seconde.

Vraag 3c - 4 punten

Maximum = 140 en minimum = 106 geeft

$A = evenwichsstand = \frac{140+106}{2} = 123$ en $B = amplitude = \frac{140-106}{2} = 17$ $(= 140 - 123 = 123 - 106)$

De periode is $4 \times 0{,}07 = 0{,}28$ seconde of $2 \times 0{,}14 = 0{,}28$ seconde.

Dit geeft $C = \frac{2\pi}{periode} = \frac{2}{0.28}\pi = \frac{51}{7}\pi \approx 7{,}1428\pi \approx 22{,}44$

Vraag 4a - 4 punten

$P(eerste\ M, tweede\ M, derde\ V) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6}$

Er zijn 3 volgordes, alle met dezelfde kans, dus $P(2\ M) = 3 \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{3}{7} \approx 0{,}428571$

Kan ook met $\binom{4}{2}\binom{4}{1}/\binom{8}{3} = 6 \cdot 4/56 = 24/56 = 3/7$

Vraag 4b - 5 punten

De gemiddelde leeftijd is 19 bij 3 x 19 of 18 + 19 + 20

$P(3 \times 19) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{56}$; *kan ook met* $1/\binom{8}{3} = \frac{1}{56}$

$P(18 + 19 + 20) = 3! \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{18}{56}$; *kan ook met* $\binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1}/\binom{8}{3} = 3 \cdot 3 \cdot 2/56 = \frac{18}{56}$

Antwoord: $\frac{19}{56} \approx 0{,}339285714$

Vraag 5a - 4 punten

	Positieve test	Negatieve test	
Doping gebruikt	$64\% \times 200 = \mathbf{128}$	$200 - 128 = \mathbf{72}$ of $36\% \times 200 = 72$	200
Clean	$9800 - 9408 = \mathbf{392}$ of $4\% \times 9800 = 392$	$96\% \times 9800 = \mathbf{9408}$	$10\,000 - 200 = \mathbf{9800}$ of $98\% \times 10000 = 9800$
	$128 + 392 = \mathbf{520}$	$72 + 9408 = \mathbf{9480}$ of $10000 - 520 = 9480$	$10\,000$

Vraag 5b - 2 punten

$\frac{128}{520} = \frac{16}{65} \approx 0{,}24615.$

Vraag 5c - 4 punten

A, het aantal met doping is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = 0{,}02$

$P(A = 3) = \binom{n}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^{n-3} = \binom{100}{3} \cdot 0{,}02^3 \cdot 0{,}98^{97} \approx 0{,}182276$

Vraag 6a - 5 punten

$1100 = 1110 - 10 = \mu - \frac{1}{2}\sigma$, $1150 = 1110 + 40 = \mu + 2\sigma$

Het gaat dus om de oppervlakte onder de kromme tussen de grenzen $\mu - \frac{1}{2}\sigma$ en $\mu + 2\sigma$

Deze is gelijk aan $0{,}191 + 0{,}191 + 0{,}150 + 0{,}136 = 0{,}668$

$0{,}668$ deel van 2500 kazen is 1670 kazen.

Vraag 6b - 1 punt

H_0: $\mu = 1110$; H_1: $\mu > 1110$

Vraag 6c - 6 punten

De toetsingsgrootheid *T* , het gemiddelde van de steekproefuitkomsten, is normaal verdeeld met $\mu_T = 1110$
en $\sigma_T = \frac{20}{\sqrt{25}} = 4$

De toets is rechtszijdig, dus de grenswaarde van het verwerpingsgebied wordt gegeven door
$g = \mu_T + 1{,}645\sigma_T = 1110 + 1{,}645 \cdot 4 = 1116{,}58$

De gevonden steekproefuitkomst is groter dan deze grenswaarde, dus wordt de nulhypothese verworpen.

Vraag 7a - 3 punten

De groeiformule heeft de vorm $N(t) = N(0) \cdot 1{,}4^t$

$N(10) = 70\,000$ geeft $N(0) \cdot 1{,}4^{10} = 70\,000 \Leftrightarrow N(0) = 70\,000 \cdot 1{,}4^{-10} \approx 2420$

of $N(0) = 70\,000$ geeft $N(-10) = 70\,000 \cdot 1{,}4^{-10} \approx 2420$

Vraag 7b - 4 punten

Met $t = 0$ in juli 2020 krijgen we: $N(t) = 90\,000 \Leftrightarrow 70\,000 \cdot 1{,}4^t = 90\,000 \Leftrightarrow 1{,}4^t = \frac{9}{7} \Leftrightarrow t = {}^{1,4}\log\left(\frac{9}{7}\right) \approx 0{,}747$

Met $t = 0$ in juli 2010 krijgen we: $N(t) = 90\,000 \Leftrightarrow 2420 \cdot 1{,}4^t = 90\,000 \Leftrightarrow 1{,}4^t = 37{,}19 \Leftrightarrow t = {}^{1,4}\log(37{,}19) \approx 10{,}747$

$0{,}747$ jaar is bijna 9 maanden na juli 2020, dat is in april 2021 (of in maart 2021 als je van 1 juli uitgaat).

Vraag 7c - 5 punten

$90\,000$ e-bikes betekent $N(t) = 90$ (!)

$N(t) = 90 \Leftrightarrow 5 \cdot (24 - 10 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}04t}) = 90 \Leftrightarrow 24 - 10 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}04t} = 18 \Leftrightarrow 10 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}04t} = -6 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}04t} = 0{,}6$

Dit geeft $-0{,}04t = \ln(0{,}6) \Leftrightarrow t = \ln(0{,}6)/-0{,}04 \approx 12{,}77$ maand.
Ruim 12½ maand na 1 juli 2020 is in juli 2021

Vraag 7d - 2 punten

Als t heel groot wordt, wordt $\mathrm{e}^{-0{,}04t}$ vrijwel 0. Dit geeft $N(t) \to 5 \cdot (24 - 0) = 120$,
dus zal het maximale aantal e-bikes volgens deze formule $120 \cdot 1000 = 120\,000$ worden.

